

Juan Benites Araujo

Wilson Maco Vás

Jesús Avalos Rodríguez

Lucy Salazar Roj



UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO

UNT

Álgebra Fundamental

Ecuaciones, inecuaciones, logaritmos y sistemas de ecuaciones

FONDO EDITORIAL UNIVERSITARIO



Universidad Nacional de Trujillo

UNT

TRUJILLO - PERÚ

ALGEBRA FUNDAMENTAL

Ecuaciones, inecuaciones, logaritmos y
sistemas de ecuaciones

Juan Benites Araujo
Jesús Avalos Rodríguez
Wilson Maco Vásquez
Lucy Salazar Rojas



UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO

UNT

© **ÁLGEBRA FUNDAMENTAL**

Ecuaciones, inecuaciones, logaritmos y sistemas de ecuaciones

Autores:

Juan Benites Araujo
Jesús Avalos Rodríguez
Wilson Maco Vásquez
Lucy Salazar Rojas

Primera edición Junio del 2022
400 Ejemplares

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca
Nacional del Perú N° 2023-04581

Editorial:



Fondo Editorial Universitario
de la Universidad Nacional de Trujillo
Jr. Diego de Almagro N° 344 Trujillo - La Libertad
Jr. Independencia N° 389 Trujillo - La Libertad
edunt@unitru.edu.pe / edunt@gmail.com

Se terminó su impresión en junio del 2023 en
Unidad de Impresiones de la Universidad Nacional de Trujillo
Jr. Diego de Almagro N° 344 Trujillo - La Libertad
Jr. Independencia N° 389 Trujillo - La Libertad

Impreso en Perú

El contenido de este libro fue validado a través de un proceso de evaluación de Pares Externos.

Todos los Derechos Reservados.
Bajo las sanciones establecidas en el ordenamiento jurídico, queda rigurosamente prohibida, sin autorización escrita de los editores y el autor, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático.

Prefacio

Este libro contiene ejercicios sobre ecuaciones e inecuaciones, basado en la primera edición del libro de Álgebra Fundamental, que han sido cuidadosamente resueltos en detalle para que el estudiante pueda seguir los pasos y llegar a la solución; además, proporcionamos ejercicios propuestos con la respectiva respuesta al final del libro, para la consolidación del aprendizaje.

La redacción se ha hecho pensando para estudiantes de ciencias, ingeniería y economía, a quienes buscamos afianzar en algunas técnicas y procesos.

La edición tipográfica de este libro está hecho con el procesador de textos científicos, L^AT_EX. Expresamos nuestro agradecimiento a la Universidad Nacional de Trujillo, por darnos la oportunidad para publicar el presente libro.

Los autores

Índice general

Introducción	1
1. Sistema de los números reales (\mathbb{R})	3
1.1. Axiomas para la adición	3
1.2. Axiomas para la multiplicación	4
1.3. Axioma de distribución	4
1.4. Axiomas de orden	4
1.5. Operaciones básicas con números reales	5
1.6. Operaciones combinadas con números enteros, fraccionarios y decimales	7
1.7. Práctica N ^o 01	13
2. Conceptos básicos del álgebra	15
2.1. Clasificación de las expresiones algebraicas	16
2.1.1. Expresiones algebraicas racionales	16
2.1.2. Expresiones algebraicas irracionales	17
2.2. Regla de los exponentes	17
2.2.1. Principales leyes que rigen a los exponentes	18
2.3. Fórmulas auxiliares en los números naturales	20
2.4. Ecuaciones exponenciales	24
2.4.1. Solución de una ecuación exponencial	24
2.5. Práctica N ^o 02	30
3. Logaritmos	33
3.1. Antilogaritmo	35

3.2.	Procedimiento para encontrar el logaritmo de un número	38
3.3.	Propiedades fundamentales de los logaritmos	44
3.4.	Cologaritmo de un número	49
3.4.1.	Ejercicios que se resuelven aplicando las propiedades logarítmicas	50
3.5.	Práctica N ^o 03	59
4.	Transformaciones algebraicas y ecuaciones algebraicas	63
4.1.	Transformaciones algebraicas	63
4.2.	Ecuaciones algebraicas	70
4.2.1.	Clasificación de las ecuaciones	72
4.3.	Resolución de ecuaciones	74
4.3.1.	Ecuaciones lineales con una incógnita	75
4.4.	Ecuaciones lineales literales	82
4.5.	Ecuaciones con radicales que se reducen a lineales	87
4.6.	Problemas de primer grado	93
4.7.	Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado	102
4.7.1.	Obtención de la fórmula general	103
4.7.2.	Ecuaciones cuadráticas incompletas	104
4.8.	Análisis de las raíces de la ecuación cuadrática	105
4.8.1.	Propiedades de las raíces de la ecuación cuadrática	106
4.8.2.	Propiedades auxiliares	108
4.9.	Ecuaciones cuadráticas que se resuelven por factorización	109
4.10.	Soluciones de ecuaciones cuadráticas completando cuadrados	112
4.11.	Ecuaciones que dan lugar a ecuaciones cuadráticas	117
4.12.	Problemas con una incógnita	125
4.13.	Ecuaciones diversas	133
4.14.	Práctica N ^o 04	139
5.	Sistemas de ecuaciones lineales en dos variables	147
5.1.	Sistemas de ecuaciones de grado superior	155
5.2.	Práctica N ^o 05	170
6.	Ecuaciones logarítmicas	173
6.1.	Sistemas de ecuaciones logarítmicas	182
6.2.	Práctica N ^o 06	188
7.	Nociones topológicas y desigualdades	191
7.1.	Nociones topológicas	191
7.1.1.	Intervalo cerrado	192
7.1.2.	Intervalos abierto	193
7.1.3.	Intervalo semi-abierto	193

7.1.4.	Intervalos no acotados	194
7.1.5.	Operaciones con intervalos	195
7.2.	Desigualdad	196
7.2.1.	Teoremas fundamentales de las desigualdades	197
7.2.2.	Ejemplos de desigualdades	198
7.2.3.	Demostración de algunas desigualdades	204
7.3.	Práctica N ^o 07	209
8.	Inecuaciones	211
8.1.	Sistemas de inecuaciones lineales en una variable	214
8.2.	Inecuaciones de segundo grado	219
8.2.1.	Caso I: $p(x) = ax^2 + bx + c > 0, a > 0$	219
8.2.2.	Caso II: $p(x) = ax^2 + bx + c \geq 0, a > 0$	220
8.2.3.	Caso III: $p(x) = ax^2 + bx + c < 0, a > 0$	221
8.2.4.	Caso IV: $p(x) = ax^2 + bx + c \leq 0, a > 0$	223
8.3.	Inecuaciones de grado superior	223
8.3.1.	Procedimiento práctico	225
8.3.2.	Resolución de algunas inecuaciones polinómicas	226
8.4.	Inecuaciones racionales	233
8.5.	Regla práctica para resolver inecuaciones racionales	236
8.6.	Práctica N ^o 08	243
9.	Valor absoluto	247
9.1.	introducción	247
9.2.	Ecuaciones con valor absoluto	248
9.3.	Ecuaciones con dos o más valores absolutos	257
9.3.1.	Solución de ecuaciones con dos o tres valores absolutos	258
9.3.2.	Método de zonas o intervalos	264
9.4.	Inecuaciones con valor absoluto	267
9.4.1.	Método de zonas o intervalos	276
9.5.	Práctica N ^o 09	280
10.	Inecuaciones cuadráticas	283
10.1.	Métodos de resolución	284
10.1.1.	Método de factorización	284
10.2.	Práctica N ^o 10	290
11.	Inecuaciones exponenciales lineales	293
11.1.	Resolución de inecuaciones exponenciales	294
11.2.	Inecuaciones exponenciales por cambio de variable	300
11.3.	Inecuaciones logarítmicas	307

11.3.1. Resolución de inecuaciones logarítmicas	308
11.4. Práctica N ^o 11	320
12.Respuestas	323
Bibliografía	335
Índice alfabético	337

Introducción

Una de las más importantes tareas de todo profesor de matemáticas es emplear su empatía, para ayudar a iniciar, el largo camino que tienen que recorrer sus estudiantes, y para que esto suceda, se requiere tiempo, perseverancia y buena voluntad para aprender.

Todos los estudios de matemáticas elementales, básicas y superiores, requieren del dominio preciso, rápido y exacto de las operaciones fundamentales de la aritmética; de allí una de las razones para iniciar el desarrollo de este libro, dando una descripción del sistema de los números reales \mathbb{R} .

Se iniciará proporcionando una definición de \mathbb{R} y un grupo de axiomas que describen la solidez de dicho sistema, que más adelante servirá para resolver diversos problemas, y en este sentido, seguir aprendiendo cada día más matemática, pues es la única razón del avance de la ciencia y la tecnología.

Así, cuando se tiene que efectuar la operación elemental

$$\frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2};$$

es equivalente que si se desea simplificar

$$\frac{3}{2}(x^2 - 3) + (x^2 - 3) = \frac{5}{2}(x^2 - 3).$$

También se puede tener la operación elemental por efectuar

$$0.75 + \frac{2}{5}, \text{ que se puede expresar como}$$
$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{23}{20}.$$

Lo que es equivalente, si se tiene

$$0.75e^{3x} + \frac{2}{5}e^{3x}$$
$$\frac{3}{4}e^{3x} + \frac{2}{5}e^{3x} = \frac{23}{20}e^{3x}.$$

Este mismo resultado, se consigue si se efectúa con números decimales

$$0.75e^{3x} + 0.40e^{3x} = 1.15e^{3x} = \frac{115}{100}e^{3x} = \frac{23}{20}e^{3x}.$$